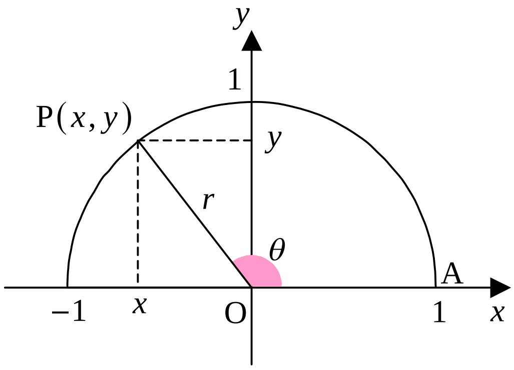
インデックスに戻る

３．図形と計量
３－１．三角比
３－１－３．三角比の拡張
３－１－３－４．三角比の相互関係



原点を中心とする半径 1 の半円上の点を P とする。$\angle \mathrm{AOP} = \theta$ とし、$\mathrm{A}(1,0)$、$\mathrm{P}(x,y)$ とすると、三角比の定義より

$x = \cos\theta$、$y = \sin\theta$　…①

である。三平方の定理より

$$\mathrm{OP}^2 = x^2 + y^2$$

であり、$\mathrm{OP} = 1$ であるから、

$x^2 + y^2 = 1$　…②

が成り立つ。①②より、次の関係式が成り立つことがわかる。

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$　…③

また、$\tan\theta$ の定義より

$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$　…④

であるから、①④より

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　…⑤

が成り立つ。さらに、③の両辺を $\cos^2\theta$ で割ることにより

$$1 + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$1 + \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

これと⑤より

$$1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

が成り立つ。

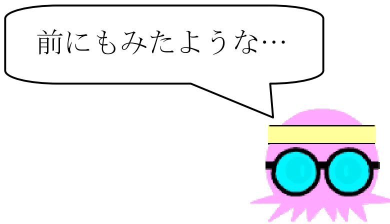
Copyright 2008 個別指導の塾・予備校赤門会

三角比の相互関係

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$$



例

$\cos\theta = -\dfrac{4}{5}$　（$0° \leq \theta \leq 180°$）のとき、$\sin\theta$、$\tan\theta$ の値を求めよ。

解答

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より

$$\sin^2\theta + \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2\theta = \frac{9}{25}$$

$\sin\theta > 0$ より

$$\sin\theta = \frac{3}{5}$$

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より

$$\tan\theta = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{4} = -\frac{3}{4}$$

インデックスに戻る

Copyright 2008 個別指導の塾・予備校赤門会